

Влияние конвекции Марангони и угла смачивания на искривление свободной поверхности жидкости

А.И. Федюшкин

*ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
НИЦ «Курчатовский институт»*

В данной работе на основе численного моделирования показано влияние термокапиллярной, гравитационной конвекций и краевого угла смачивания на нагревателе на деформацию границы раздела в двухслойной системе "воздух-вода" при внезапном нагреве. Вопросы термокапиллярной конвекции и устойчивости межфазной границы рассматривались во многих работах, например, в [1-3].

1. Постановка задачи

Рассмотрены две задачи о влиянии внезапного нагрева двухслойной системы «воздух-вода»:

- 1) Задача об изменении формы границы раздела при термокапиллярной конвекции (ускорение силы тяжести $g=0$ и $g \neq 0$) в квадратной полости с границами без трения (с проскальзыванием). Схема модели представлена на рис. 1а.)
- 2) Задача о влиянии на форму границы раздела краевого угла на твердой стенке нагревателя. Схема модели представлена на рис. 1б.

В первой задаче рассмотрена термокапиллярная конвекция (при $g=0$) на границе «воздух-вода» и рассмотрено стабилизирующее влияние на положение границы раздела тепловой конвекции ($g \neq 0$). При моделировании первой задачи (рис.1а) краевой угол на всех границах области задавался постоянным $\theta = 90^\circ$.

Во второй задаче рассматривается цилиндрическая область радиуса R и высотой $H=0.5R$, заполненная наполовину жидкостью рис.1б. На оси в центре цилиндра находится нагреватель, имеющий форму небольшого цилиндра радиуса $r=0.05R$ и высотой $H_q=2r$. На стенках нагревателя задана температура T_1 на боковой стенке цилиндра задана температура T_2 , все остальные стенки теплоизолированы. Предполагается, что на нагревателе угол смачивания может меняться. На свободной поверхности жидкости возможно наличие капиллярной конвекции, так как предполагается, что коэффициент поверхностного натяжения линейно зависит от температуры.

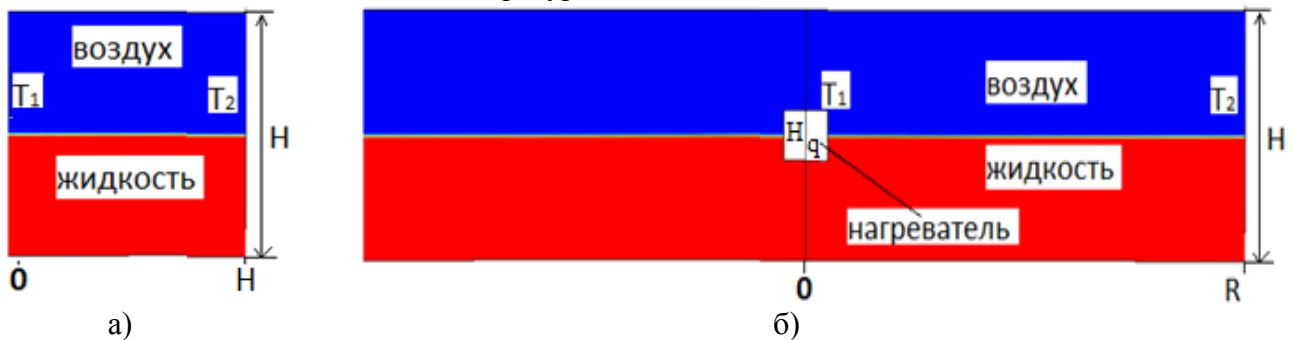


Рис.1 Схема расчетной области и начального распределения фаз.
а) квадратная область, б) цилиндрическая область с нагревателем в центре.

2. Математическая модель

Математическая модель основана на системе уравнений Навье-Стокса для двухфазной системы «газ- жидкость» (рис.1). В модели «смеси» [1] можно записать одно уравнение момента для воздуха и воды в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_j) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_j \rho + F_j$$

(1)

$$\operatorname{div} \mathbf{U} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i T) = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

где u_1, u_2 – компоненты вектора скорости $\mathbf{U} = \varepsilon \mathbf{U}_{gas} + (1-\varepsilon) \mathbf{U}_{liquid}$, g_j – компонента вектора ускорения силы тяжести, температура $T = \varepsilon T_{gas} + (1-\varepsilon) T_{liquid}$, плотность $\rho = \varepsilon \rho_{gas} + (1-\varepsilon) \rho_{liquid}$, вязкость $\mu = \varepsilon \mu_{gas} + (1-\varepsilon) \mu_{liquid}$ и теплопроводность $\lambda = \varepsilon \lambda_{gas} + (1-\varepsilon) \lambda_{liquid}$ определяются через объемную долю жидкости ε . Для двухслойной системы «газ-жидкость» в газе они равны величинам с индексом “gas”, в жидкости величинам с индексом “liquid”.

Граничные условия на поверхности раздела «вода - воздух» в виде равновесия поверхностных сил и давления можно записать в виде:

$$(p_1 - p_2 + \sigma \kappa) \hat{n}_i = (\tau_{1ik} - \tau_{2ik}) \hat{n}_k + \frac{\partial \sigma}{\partial x_i}, \quad (5)$$

где индекс $\alpha=1$ – вода, $\alpha=2$ – воздух, σ - коэффициент поверхностного натяжения, $\kappa = 1/R_1 + 1/R_2$ – кривизна поверхности, где R_1, R_2 - радиусы кривизны для жидкости и газа,

\hat{n}_α - единичный вектор нормали, $\tau_{\alpha ik}$ - тензор вязких напряжений можно записать в виде

$$\tau_{\alpha ik} = \mu_\alpha \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, \quad (6)$$

Моделирование изменения формы границы раздела «газ-жидкость» выполнялось, используя модель жидких объемов (*VOF – Volume Of Fluid method*) с итерациями по методу Эйлера на каждом шаге по времени. *VOF* метод предполагает, что каждый контрольный объем (ячейка расчетной сетки), где не проходит интерфейс содержит жидкость с объемной долей $\varepsilon=1$ или если содержит границу раздела между жидкостями, то с объемной долей $0 < \varepsilon < 1$). Отслеживание границ между несмешиваемыми жидкостями выполняется путем решения уравнения неразрывности для доли объема каждой жидкости, которое в случае отсутствия источников и стоков массы можно записать в виде:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

Граница раздела определялась *VOF* методом с повышенным разрешением и учетом поверхностных сил по методу *CSF (Continuum Surface Force)* [4], в котором баланс поверхностных сил и давления на границе раздела осуществляется введением объемной

силы F_j в узкой зоне с обеих сторон от интерфейса. Метод CSF позволяет убрать сингулярность в случае обращения в ноль радиуса кривизны поверхности интерфейса и увеличить точность расчетов [4].

При наличии границы газ- твердое тело - жидкость вводится угол смачивания θ (рис. 2), который определяется по формуле (8).

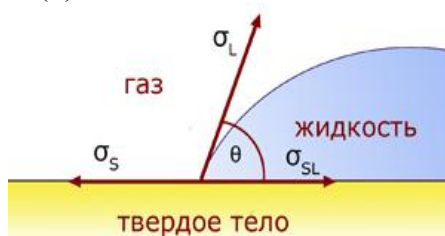


Рис. 2. Определение угла смачивания

$$\cos \theta = (\sigma_s - \sigma_{SL}) / \sigma_L \quad (8)$$

Точность определения границы ограничивается размером ячеек сетки и методами решения, поэтому использовалась подробная сетка по обе стороны интерфейса. Численное моделирование проводилось на основе решения нестационарных уравнений Навье-Стокса для двухфазной несжимаемой системы «газ-жидкость» (1)-(8). С использованием методов второго и третьего порядка точности по пространству и второго по времени с неявным матричным (совместным - couple) решением уравнений.

Для верификации математической модели и определения точности воспроизведения в модели изменения формы поверхности раздела двух жидкостей, было проведено математическое моделирование изменения уровня интерфейса двухслойной системы «масло-вода», вращающейся в цилиндре, и проведено сравнение с экспериментальными данными, опубликованными в работах [5, 6]. Результаты моделирования изменения свободной поверхности показали хорошую точность и опубликованы в работе [7].

Данные задачи характеризуются для двухслойной системы «воздух-вода» геометрическими параметрами, относительными величинами свойств данной системы и

следующими безразмерными числами: Марангони $Ma = -\frac{d\sigma}{dT} \frac{H\Delta T}{\nu\alpha}$, Рэлея $Ra = g\beta\Delta TH^3 / \nu\alpha$,

Прандтля $Pr = \nu/\alpha$, где β , ν , α - коэффициенты поверхностного натяжения, теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности, H , ΔT - масштабы геометрии и температуры. В данных расчетах число Прандтля для воды изменялось от 4 до 7.

3. Результаты математического моделирования

Вначале рассмотрим задачу 1 только с термокапиллярной конвекцией (рис.1а). При мгновенном изменении разниц температур на поверхности раздела возникает термокапиллярная конвекция. На рис. 3 показаны положение границы «воздух- вода» (рис.3а) и изотермы (рис.3б) для задача 1 в момент времени $t=5$ сек ($Ma = 10^6$, $Ra=0$). Вследствие этого поверхность раздела искривляется и осциллирует во времени. На рис. 4 показаны изменения поверхности на квазистационарном режиме. Следует отметить тот факт, что данный режим является неустойчивым и поскольку отсутствуют сила тяжести и сила напряжения на всех боковых стенках области, то при малейших возмущениях поверхность раздела может изменить положение, как показано на рис. 5, где показаны положения границы раздела в моменты времени: а) $t=12.3$ сек, б) $t=13$ сек, в) $t=15.9$ сек, г) $t=16.2$ сек.

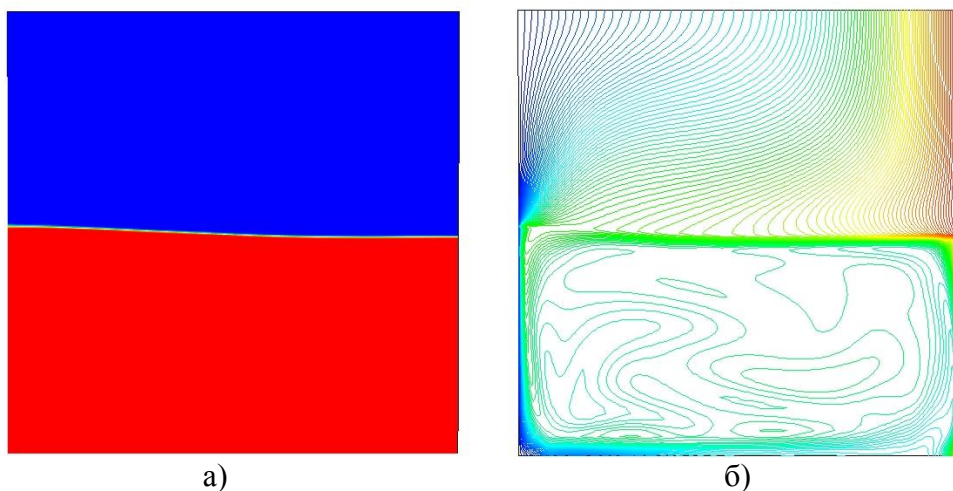


Рис.3. Положение границы «воздух- вода» (а) и изотермы (б) (задача 1, момент времени $t=5$ сек, $Ma = 10^6$, $Ra=0$).

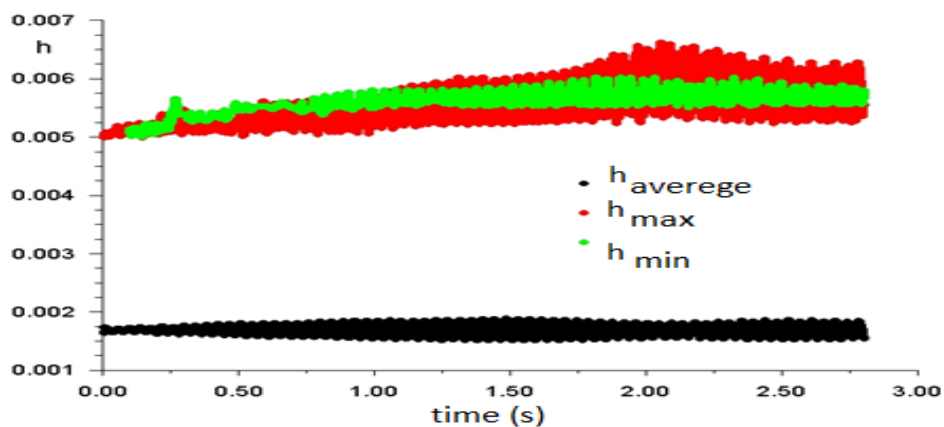
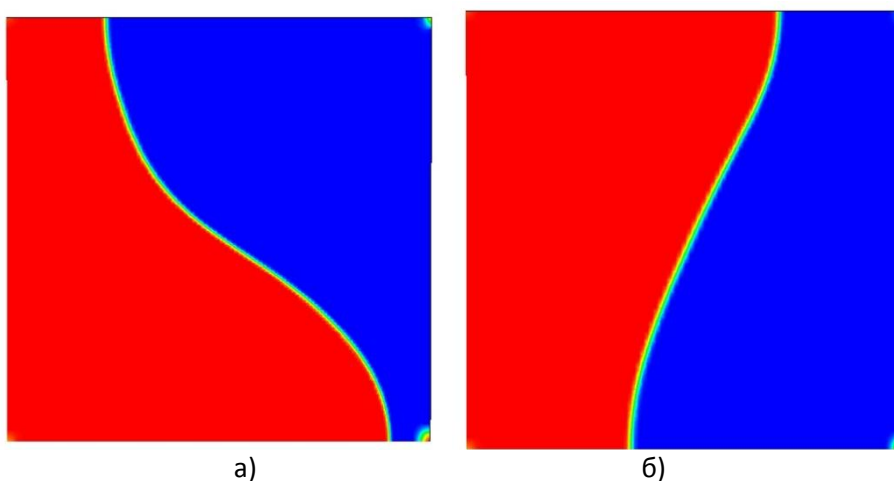


Рис. 4. Осциллирующие зависимости от времени среднего, максимального и минимального отклонений интерфейса от начального горизонтального положения ($Ma = 10^6$, $Ra=0$).



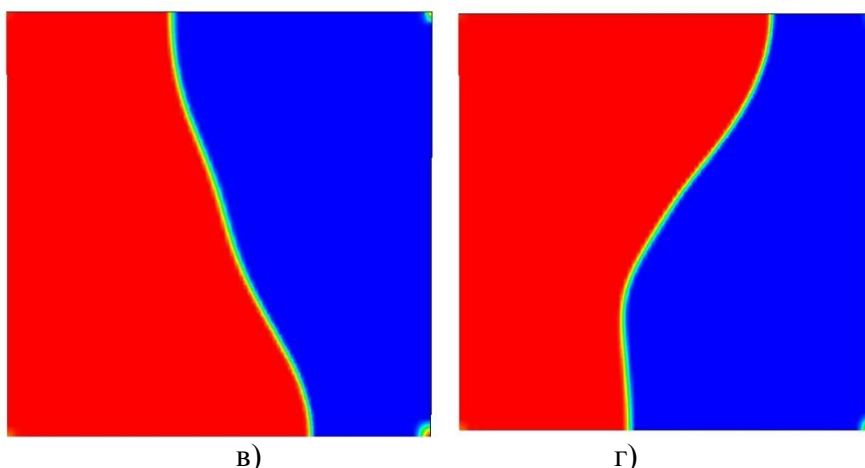


Рис. 5. Форма интерфейса «воздух-вода» в разные моменты времени ($Ma = 10^6$, $Ra=0$)
 а) $t=12.3$ сек, б) $t=13$ сек, в) $t=15.9$ сек, г) $t=16.2$ сек.

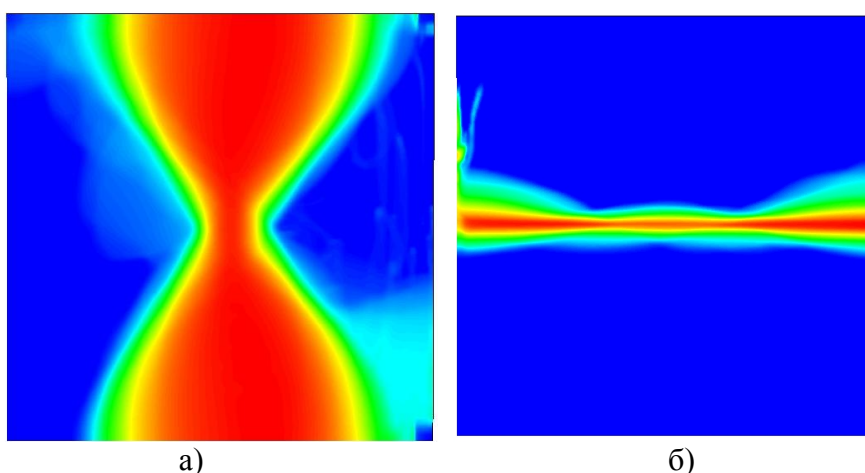


Рис.6. Изолинии осреднённых по времени максимумов среднеквадратичных отклонений поверхности раздела ($Ma = 10^6$, а) $Ra = 0$ $t=15$ сек, б) $Ra = 10^7$, $t=5$ сек).

Гравитационная конвекция (при числе Рэлея $Ra = 10^7$), при наличии термокапиллярной конвекции ($Ma = 10^6$), обладает стабилизирующим фактором для положения свободной границы, то есть граница имеет небольшие отклонения от горизонтальной и не опрокидывается при малых возмущениях, как при отсутствии гравитационной конвекции (рис. 6), т.е. остается преимущественно горизонтальной, хотя граница раздела осциллирует во времени (рис. 6). На рис. 6 показаны статистические данные в виде изолиний максимальных по пространству среднеквадратичных отклонений изменения поверхности раздела от среднего для двух случаев: а) - $Ra = 0$ и б) - $Ra = 10^7$ (осреднённые по времени за первые 15сек (а) и 5 сек (б), соответственно). На рис.6 видны диапазоны отклонений поверхности от среднестатистических положений поверхности раздела.

Влияние краевого угла смачивания

Для второй задачи (рис.1б) проведено моделирование капиллярной конвекции Марангони при внезапном нагреве «нагревателя» до температуры T_1 для разных свойств жидкостей (для разных углов смачивания θ).

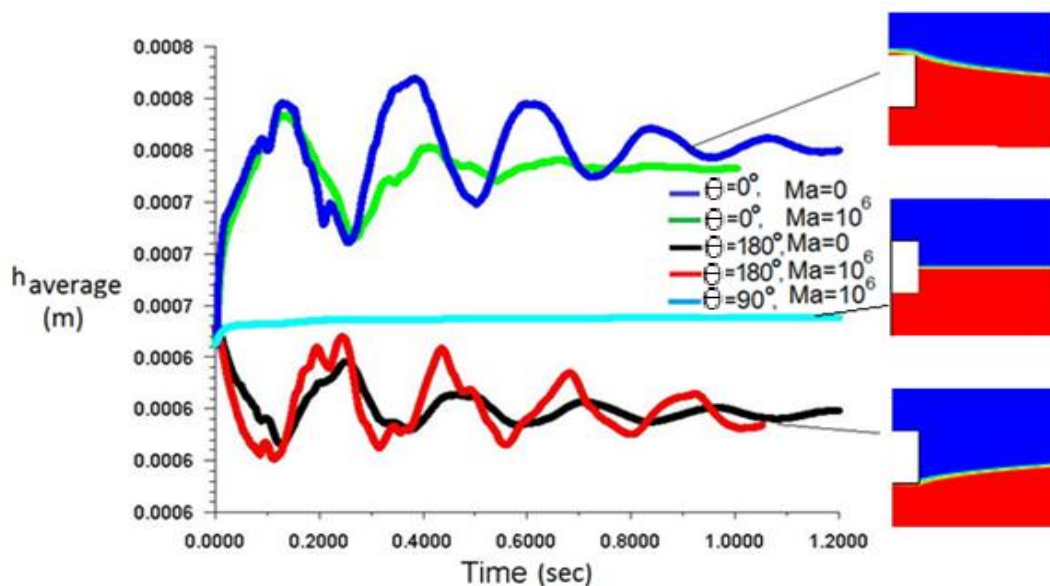


Рис.7. Зависимость средней по длине высоты свободной поверхности от времени для разных краевых углов на нагревателе с наличием и без капиллярной конвекции.

На рис.7 показано изменение средней по длине высоты свободной поверхности ацетона от времени для разных краевых углов смачивания ($\theta=0^\circ$, 90° и 180°) на нагревателе при наличии (число Марангони $Ma=10^6$) и без капиллярной конвекции при внезапном повышении температуры на нагревателе на $\Delta T = T_1 - T_2$ при $R=0.01$ м. Справа на рис. 7 показано изменение свободной поверхности около нагревателя для разных углов смачивания. Результаты расчетов показали, что влияние капиллярной конвекции на деформацию свободной поверхности ацетона мало. Максимальное изменение уровня свободной поверхности может меняться по длине слоя из-за не одновихревой структуры течения конвекции Марангони. Были проведены расчеты для разных краевых углов смачивания при отсутствии термокапиллярной конвекции $Ma=0$ и при ее наличии $Ma=10^6$, результаты показали, что для рассмотренной задачи влияние краевого угла смачивания на нагревателе гораздо сильнее влияния капиллярной конвекции и практически не меняется при наличии или отсутствии капиллярной конвекции.

Литература

1. Лабунцов Д.А. Механика двухфазных систем. / Лабунцов Д.А., Ягов В.В. - Учебное пособие для вузов - М.: Издательство МЭИ, 2000. - 374с.
2. Братухин Ю.К. Межфазная конвекция / Ю.К.Братухин, С.О.Макаров. - Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1994. - 324с.
3. Братухин Ю.К. Гидродинамическая устойчивость межфазных поверхностей. / Ю.К. Братухин, С.О. Макаров. - Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2005. - 239 с.
4. Brackbill J. U. A Continuum Method for Modeling Surface Tension./ J. U. Brackbill, D. V. Kothe, and C. Zemach.// J. Comput. Phys. - 100. . -1992. -pp.335–354.
5. Sugimoto T. Behavior of Immiscible Two Liquid Layers Contained in Cylindrical Vessel Suddenly Set in Rotation, / T. Sugimoto, M. Iguchi. // ISIJ Int., -42, -2002.-pp. 338-343.

6. Sugimoto, T. and Iguchi, M., Rapid Mixing and Separation of Molten Slag and Metal Using Cylindrical and Baffled Vessels Suddenly Set in Rotation. / T. Sugimoto, M. Iguchi, //ISIJ Int.1, -Vol. 43. -2003, -No. 12, -pp. 1867–1874.
7. Федюшкин А.И. Коалесценция капель ньютоновской жидкости. / А.И. Федюшкин, А.Н. Рожков. - Препринт ИПМех РАН, - №. 1087, - Москва, 2014, -27с. ISBN 978-5-91741-127-9. Сетевой ресурс: http://www.ipmnet.ru/~fai/papers/Preprint_Coalescene.pdf